

DÉTERMINER LA DIAPHONIE DANS LES CÂBLES MULTIPAIRES

Frédéric Broydé, Evelyne Clavelier

Excem

12, chemin des Hauts de Clairefontaine — 78580 Maule — France
tel. 01 34 75 13 65 fax. 01 34 75 13 65 mel. fredbroyde@excem.fr

Résumé: Nous présentons une méthode pour déterminer la diaphonie dans les câbles multipaires, reposant sur un modèle théorique de la diaphonie et sur des mesures réalisées avec des instruments spéciaux. Le modèle de diaphonie emploie un changement de variables basé sur les symétries du câble, et comporte la prise en compte statistique des fluctuations le long du câble. Le principe des instruments de mesure spéciaux est expliqué sur l'exemple d'un câble à 4 paires.

I. Introduction

Cet article traite d'un câble multipaire contenant un nombre entier non nul p de paires. Si ce câble n'a pas d'écran entourant l'ensemble des paires, le câble comporte $n = 2p$ conducteurs et nous parlerons d'un câble UTP (pour Unshielded Twisted Pairs), alors que dans le cas contraire le câble possède $n = 2p + 1$ conducteurs et nous parlerons d'un câble STP (pour Shielded Twisted Pairs).

La communauté des télécommunications a depuis bien longtemps développé des modèles [1, § 8.4 à § 8.8] pour décrire la diaphonie dans les câbles multipaires, en se basant essentiellement sur l'approche suivante: deux paires sont considérées, en faisant abstraction de toutes les autres, et la diaphonie est déterminée en ne prenant en compte que les couplages électriques et magnétiques entre un circuit perturbateur et un circuit perturbé. Cette simplification, que nous appelons "approche des deux circuits" a été utilisée pour déterminer l'affaiblissement de diaphonie aux extrémités du câble dans 3 cas importants:

- le cas d'un déséquilibre électrique et/ou magnétique quand le câble est court devant la longueur d'onde des signaux (câble électriquement court);
- le cas d'un câble électriquement long, supposé non-uniforme sur sa longueur, en utilisant l'hypothèse que la tension efficace de diaphonie à une extrémité peut se calculer comme une sommation de puissances causées par des couplages élémentaires incohérents le long du câble;
- le cas d'un câble électriquement long pour lequel la tension efficace de diaphonie à une extrémité est causée par un déséquilibre uniforme le long du câble.

Le troisième cas n'étant pas considéré pertinent pour les câbles qu'elle déploie, l'industrie des télécommunications a jusqu'à présent utilisé des règles de conception basées sur le deuxième cas.

D'autre part, la communauté de la CEM a développé, principalement au cours des trente dernières années, des méthodes [2, § 6.2] pour le calcul de la diaphonie, basées sur la théorie des lignes de transmission multiconductrices (LTM). Cette théorie met en oeuvre des équations matricielles introduites [3] en 1937, et est notamment

applicable aux câbles multiconducteurs. Notons que les modèles de LTM utilisables pour des calculs faisant intervenir des champs extérieurs, par exemple pour déterminer les effets d'une onde plane incidente sur un câble, ou pour calculer les champs émis par un câble, doivent faire intervenir un conducteur de retour pour le courant de mode commun sur le câble, par exemple un plan de masse infini. Nous ferons l'hypothèse qu'un tel conducteur est présent, que nous appellerons "conducteur de référence". L'approche des deux circuits pour le traitement des câbles multipaires peut être considérée comme un cas particulier de la théorie des LTM exploitant des hypothèses simplificatrices initiales pour extraire seulement 4 variables indépendantes (deux courants de mode différentiel, et deux tensions de mode différentiel), au lieu de $4p$ variables indépendantes dans le cas du câble UTP, ou de $4p+2$ variables dans le cas du câble STP.

Si nous notons \mathbf{I} le vecteur des "courants naturels", c'est-à-dire des courants (i_1, \dots, i_n) mesurés sur chacun des conducteurs du câble, et \mathbf{V} le vecteur des "tensions naturelles", c'est-à-dire des tensions (v_1, \dots, v_n) entre chacun de ces conducteurs et le conducteur de référence, le câble est, dans le cadre de la théorie des LTM, caractérisé par une matrice inductance linéique \mathbf{L} , une matrice résistance linéique \mathbf{R} , une matrice capacité linéique \mathbf{C} et une matrice conductance linéique \mathbf{G} , qui sont des matrices carrées d'ordre n , symétriques, dépendant de la fréquence, de la position du câble par rapport au conducteur de référence, et éventuellement de l'abscisse le long du câble (voir § II).

Il a déjà été exposé [4], [5] que, pour traiter la propagation dans un câble multipaire avec la théorie des LTM, il était souhaitable de procéder à un changement de variables sur les tensions et les courants, faisant apparaître les variables indépendantes suivantes: p tensions de mode différentiel, p courants de mode différentiel, la tension de mode commun et le courant de mode commun. Par ces changements de variables, nous obtenons le vecteur \mathbf{I}_s des "courants symétriques" et le vecteur \mathbf{V}_s des "tensions symétriques", le câble étant caractérisé par 4 matrices carrées d'ordre n notées \mathbf{L}_s , \mathbf{R}_s , \mathbf{C}_s et \mathbf{G}_s obtenues par une transformation linéaire appliquée aux matrices \mathbf{L} , \mathbf{R} , \mathbf{C} et \mathbf{G} .

Après l'exposé de nos notations pour ce changement de variables, nous décrirons le principe d'un système de mesure spécial permettant de mesurer directement les matrices \mathbf{L}_s , \mathbf{R}_s , \mathbf{C}_s et \mathbf{G}_s .

Cette étape nécessaire de l'application de la théorie des LTM aux câbles multipaires n'est cependant pas suffisante, puisqu'il est connu que les propriétés de diaphonie d'un bon câble multipaire électriquement long sont d'abord régies par les fluctuations de ses caractéristiques sur sa longueur, comme nous l'avons indiqué plus haut à propos du deuxième cas d'application de l'approche des deux circuits. Nous montrons que le problème de LTM non uniforme correspondant peut être abordé en utilisant un calcul approché basé sur la méthode des perturbations au premier ordre, combiné à une approche statistique.

Enfin, nous exposerons comment les paramètres statistiques de ce modèle peuvent être déterminés avec le système de mesure spécial.

II. Conventions et définitions

Comme dans [4], numérotons les conducteurs du câble de la façon suivante :

conducteur 1 = 1er fil de la première paire,
conducteur 2 = 2ième fil de la première paire

...

conducteur $2p-1$ = 1er fil de la p -ième paire,
conducteur $2p$ = 2ième fil de la p -ième paire,
conducteur $2p+1$ = écran du câble, dans le cas d'un câble STP uniquement.

Ces numéros attribués à chaque conducteur sont utilisés comme indice de la tension naturelle ou du courant naturel correspondant. A partir du vecteur des courants naturels et du vecteur des tensions naturelles sont définies, comme exposé plus haut, les 4 matrices naturelles \mathbf{L} , \mathbf{R} , \mathbf{C} et \mathbf{G} . Ces matrices sont définies pour des sections de câbles petites devant la longueur d'onde, mais devant présenter un nombre suffisant de torsades. La matrice $\mathbf{Z} = \mathbf{R} + j\omega\mathbf{L}$ sera la matrice impédance linéique naturelle, et $\mathbf{Y} = \mathbf{G} + j\omega\mathbf{C}$ sera la matrice admittance linéique naturelle.

La propagation le long du câble est régie par l'équation des télégraphistes :

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{V}}{dz} = -\mathbf{Z}\mathbf{I} \\ \frac{d\mathbf{I}}{dz} = -\mathbf{Y}\mathbf{V} \end{cases} \quad (1)$$

Il est bien connu que (1) est facilement résolue par une diagonalisation convenable des matrices \mathbf{ZY} et \mathbf{YZ} [2, § 6.2]. Les vecteurs propres obtenus de cette façon définissent les modes de propagation.

Un câble multipaire est conçu pour être utilisé dans des liaisons équilibrées dans lesquelles chaque paire est connectée à un émetteur de ligne équilibré et/ou à un récepteur de ligne équilibré à chaque extrémité, les récepteurs étant très peu sensibles à la tension de mode commun. Le bon équilibre des paires et des terminaisons, ainsi que le fort taux de réjection de mode commun des récepteurs de ligne apportent une faible diaphonie entre les paires (quand $p \geq 2$), une faible émission rayonnée et une faible susceptibilité aux perturbations rayonnées. Si l'on

résout l'équation des télégraphistes (1) avec les conditions aux limites applicables à ce cas, nous obtenons les tensions naturelles et les courants naturels à chaque extrémité. La tension différentielle entre deux conducteurs d'une paire est donc obtenue comme la différence (éventuellement petite) entre deux tensions (éventuellement grandes) par rapport au conducteur de référence. Lorsque l'on souhaite déterminer la diaphonie, les tensions différentielles ainsi obtenues sont sensibles à de petites variations de certains termes des matrices naturelles, et aux imprécisions dans les calculs.

C'est pour cette raison qu'a été introduite dans [4] l'idée de définir une transformation de symétrie, par des matrices \mathbf{A} et \mathbf{B} carrées d'ordre n . Le vecteur des courants symétriques \mathbf{I}_s et le vecteur des tensions symétriques \mathbf{V}_s sont alors définis par :

$$\begin{cases} \mathbf{V}_s = \mathbf{A}\mathbf{V} \\ \mathbf{I}_s = \mathbf{B}\mathbf{I} \end{cases} \quad (2)$$

Si nous utilisons (1) et (2), nous obtenons l'équation des télégraphistes transformée par symétrie :

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{V}_s}{dz} = -\mathbf{Z}_s\mathbf{I}_s \\ \frac{d\mathbf{I}_s}{dz} = -\mathbf{Y}_s\mathbf{V}_s \end{cases} \quad (3)$$

où la matrice impédance linéique transformée par symétrie \mathbf{Z}_s et la matrice admittance transformée par symétrie \mathbf{Y}_s sont définies par :

$$\begin{cases} \mathbf{Z}_s = \mathbf{AZB}^{-1} \\ \mathbf{Y}_s = \mathbf{BYA}^{-1} \end{cases} \quad (4)$$

Bien sûr, on peut définir des matrices \mathbf{L}_s et \mathbf{R}_s comme \mathbf{Z}_s , et des matrices \mathbf{C}_s and \mathbf{G}_s comme \mathbf{Y}_s . Ici, il est essentiel de noter que, si la transformation de symétrie est choisie de telle façon que la transposée ${}^t\mathbf{A}$ de \mathbf{A} vérifie

$${}^t\mathbf{A} = \mathbf{B}^{-1} \quad (5)$$

alors les matrices \mathbf{L}_s , \mathbf{R}_s , \mathbf{Z}_s , \mathbf{C}_s , \mathbf{G}_s et \mathbf{Y}_s sont symétriques.

Des définitions de matrices \mathbf{A} et \mathbf{B} réelles, telles que i_{s_1}, \dots, i_{s_p} soient les courants de mode différentiels et i_{s_n} le courant de mode commun sur le câble, telles que v_{s_1}, \dots, v_{s_p} soient les tensions de mode différentiels et v_{s_n} la tension de mode commun entre les conducteurs du câble et le conducteur de référence, et telles que (5) soit vérifiée sont données dans [4] (avec quelques erreurs typographiques) et dans [5] et [6].

III. Mesure des matrices transformées par symétrie

En utilisant des méthodes connues [2, § 6.4 et § 6.5], on peut mesurer directement la valeur moyenne des matrices \mathbf{Z} et \mathbf{Y} d'une section de câble multipaire. Il est alors possible de déterminer indirectement les matrices \mathbf{Z}_s et \mathbf{Y}_s , par calcul. Toutefois, certains éléments de ces matrices apparaissent comme des différences de termes très voisins, et seront donc déterminés avec une grande incertitude relative.

Fort heureusement, il est possible de mesurer directement et simplement les matrices \mathbf{Z}_s et \mathbf{Y}_s définies par des matrices \mathbf{A} et \mathbf{B} réelles vérifiant (5). Il est en effet clair

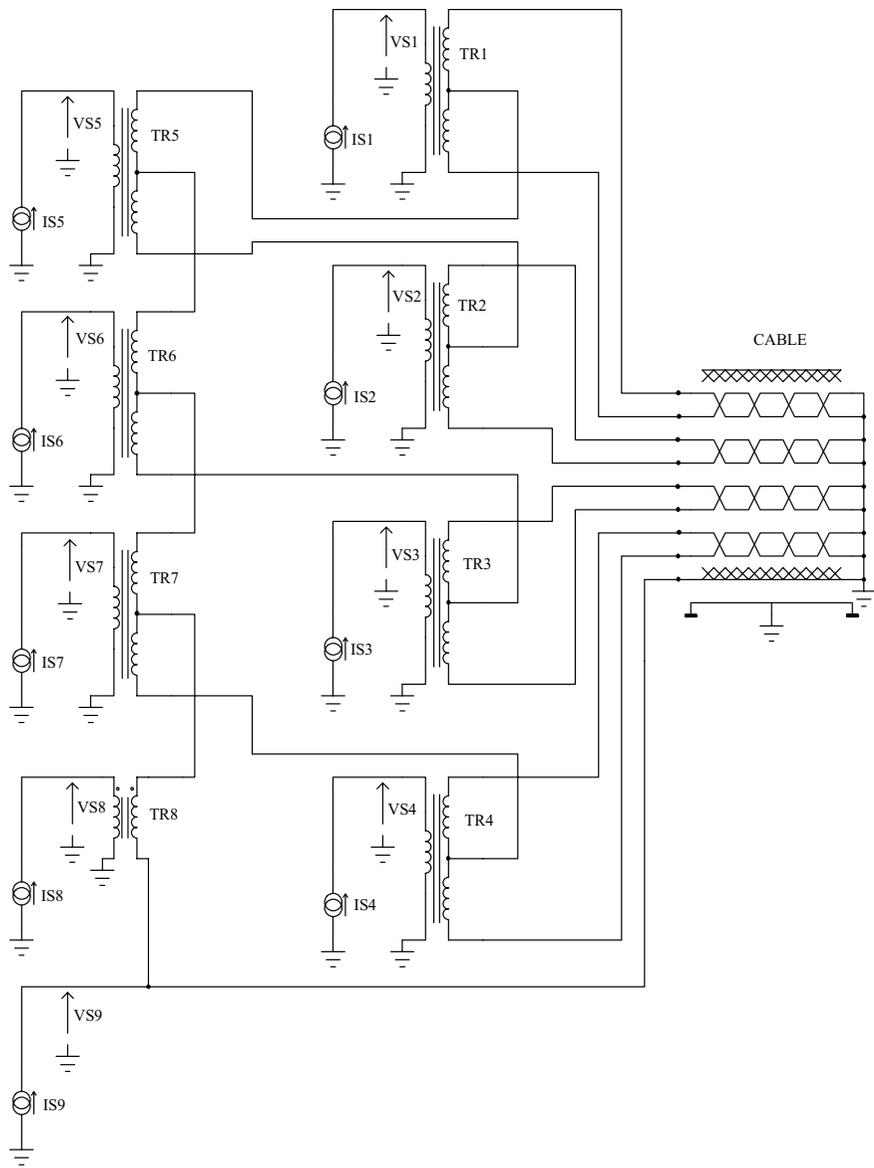


Fig. 1 : mesure de la matrice Z_s

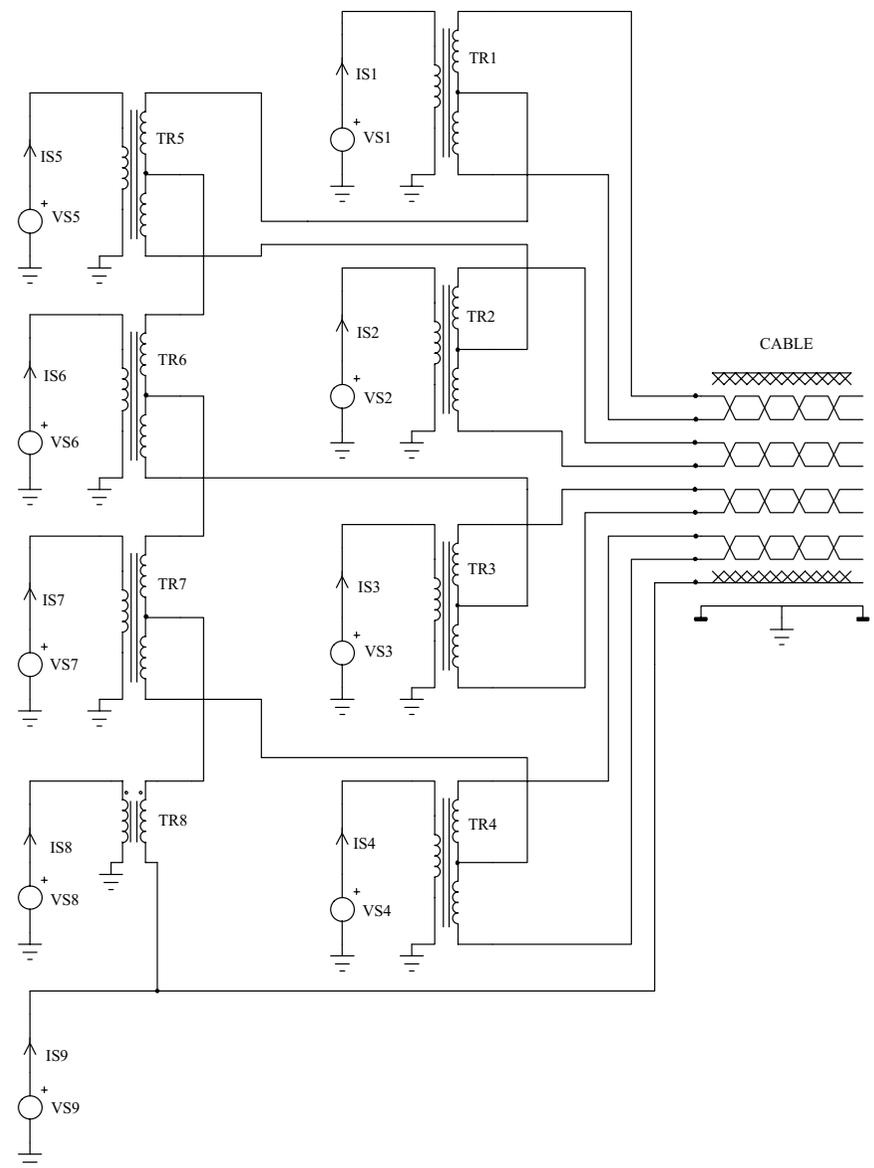


Fig. 2 : mesure de la matrice Y_s

que l'on peut constituer, avec des transformateurs idéaux, un réseau qui, à partir du vecteur des tensions naturelles \mathbf{V} (en entrée) produit (en sortie) n tensions par rapport à la référence, égales aux éléments du vecteur $\mathbf{V}_s = \mathbf{A} \cdot \mathbf{V}$ des tensions symétriques. Ce réseau transforme le vecteur des courants naturels \mathbf{I} (en entrée) en un vecteur des courants sur chaque borne de sortie égal à $\mathbf{K} \cdot \mathbf{I}$, la matrice \mathbf{K} étant carrée d'ordre n , et réelle parce que le réseau de transformateurs idéaux n'a pas de composants réactifs. Comme ce réseau ne dissipe pas de puissance ni n'emmagasine d'énergie, la puissance complexe à l'entrée est égale à puissance complexe en sortie, et nous pouvons écrire :

$${}^t \mathbf{V} \mathbf{I}^* = {}^t \mathbf{V} {}^t \mathbf{A} \mathbf{K} \mathbf{I}^* \quad (6)$$

Cette égalité étant vraie pour tout \mathbf{I} et tout \mathbf{V} , elle implique une égalité des formes bilinéaires, qui entraîne :

$$\mathbf{K} = ({}^t \mathbf{A})^{-1} = \mathbf{B} \quad (7)$$

Nous venons donc de montrer que le vecteur des courants à travers les bornes de sortie est \mathbf{I}_s . Donc, si l'on dispose d'un banc de test permettant de mesurer directement les valeurs moyennes des matrices \mathbf{Z} et \mathbf{Y} d'une section de câble qui lui est connecté, en insérant notre réseau de transformateurs de façon convenable entre le câble et le banc, celui-ci mesurera directement les valeurs moyennes des matrices \mathbf{Z}_s et \mathbf{Y}_s de la section de câble.

Dans cas d'un câble STP à 4 paires par exemple, notre choix habituel pour les matrices \mathbf{A} et \mathbf{B} est [4] [5] [6] [7] :

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & -1/2 & -1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & -1/2 & -1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 1/6 & 1/6 & 1/6 & 1/6 & 1/6 & 1/6 & -1/2 & -1/2 & 0 \\ 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1/2 & -1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & -1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & -1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & -1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & -1/2 & -1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & -2/3 & -2/3 & 0 & 0 & 0 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & -3/4 & -3/4 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (9)$$

Ces matrices vérifient bien la condition (5). La fig. 1 représente un schéma de principe pour la mesure directe de la matrice \mathbf{Z}_s , sur lequel une section de câble à caractériser, électriquement petite aux fréquences de mesure, est installée

au-dessus d'un conducteur de référence qui est par exemple un plan de masse. La terminaison éloignée de la section de câble est un court-circuit à ce conducteur de référence. Le réseau des huit transformateurs TR1 à TR8, que nous pouvons considérer idéaux dans la mesure où nous présentons un schéma de principe, possède 9 sorties aux bornes de chacune desquelles sont connectées des sources de courant réglables IS1 à IS9 pouvant délivrer un signal sinusoïdal à une fréquence de mesure. Les rapports de transformation entre les enroulements des transformateurs sont tels que les tensions aux bornes des sources de courant IS1 à IS9 sont respectivement les tensions transformées v_{s1} à v_{s9} définies par la matrice \mathbf{A} . Du fait de (7), les courants circulant dans les sources de courant IS1 à IS9 sont respectivement les courants transformés i_{s1} à i_{s9} . Pour déterminer la matrice transformées \mathbf{Z}_s , il suffit donc de réaliser 9 expériences numérotées de 1 à 9, l'expérience numéro j consistant à injecter un courant connu avec la source de courant correspondant à i_{sj} , en réglant les autres sources de courant pour qu'elles fournissent un courant nul, la colonne j de \mathbf{Z}_s étant déterminée par la mesure (par un dispositif non représenté) de l'amplitude des tensions transformées v_{s1} à v_{s9} , et de leurs déphasages respectifs par rapport à i_{sj} .

La fig. 2 représente un schéma de principe pour la mesure directe de la matrice \mathbf{Y}_s . Les différences par rapport à la fig. 1 sont que les sources de courant sont devenues des sources de tension VS1 à VS9, et que la terminaison éloignée est devenue un circuit ouvert. Le réseau des transformateurs TR1 à TR8 est le même que celui de la fig. 1, ses neuf sorties étant à présent connectées à des sources de tension réglables VS1 à VS9 délivrant un signal sinusoïdal à la fréquence de mesure. Les tensions aux bornes des sources de tension VS1 à VS9 sont respectivement les tensions transformées v_{s1} à v_{s9} , et les courants circulant dans ces sources de tension sont respectivement les courants transformés i_{s1} à i_{s9} . Pour déterminer les matrices transformées \mathbf{Y}_s , il suffit donc de réaliser 9 expériences numérotées de 1 à 9, l'expérience numéro j consistant à appliquer une tension connue avec la source de tension correspondant à v_{sj} , en réglant les autres sources de tension pour qu'elles fournissent une tension nulle, la colonne j de \mathbf{Y}_s étant déterminée par la mesure (par un dispositif non représenté) de l'amplitude des courants transformés i_{s1} à i_{s9} , et de leurs déphasages respectifs par rapport à v_{sj} .

IV. Description succincte d'un dispositif de mesure

Les schémas de principe qui viennent d'être évoqués ne peuvent être mis en oeuvre tels quels, car les transformateurs réels ont des caractéristiques bien éloignées de celles des transformateurs idéaux. Toutefois, il est possible de surmonter ce problème, en modélisant les imperfections du réseau de transformateurs et des autres éléments d'un dispositif de mesure, et en procédant à des opérations de calibration au cours desquelles ces imperfections sont déterminées à chaque fréquence de mesure. L'influence des imperfections sur les mesures peut alors être éliminée par calcul.

Un point essentiel pour la mise en oeuvre de ce principe général est que les imperfections ne doivent pas changer au

cours des différentes opérations de calibration et de mesure. Nous avons donc conçu [7] un dispositif de mesure de telle façon que les imperfections soient pratiquement constantes lorsque les courants sont injectés ou mesurés en différents points, et lorsque les tensions sont appliquées ou mesurées en différents points. Ce résultat a été obtenu en associant à chaque transformateur un “module de mesure” comportant des circuits électroniques tels que les différentes commutations internes de l’appareil n’entraînent pas de changement intempestif de l’impédance vue par les transformateurs. Un prototype réalisé selon ce principe est montré sur la figure 3.



Fig 3 : dispositif pour la mesure de Z_S et Y_S

Ce dispositif est prévu pour être connecté à une section de câble, par connecteur RJ45 (en haut), et à un analyseur de réseau, par deux connecteurs BNC (en bas, à gauche). Avec ce dispositif, nous avons obtenu une précision satisfaisante avec une calibration utilisant un circuit ouvert, un court circuit et deux autres charges de calibration.

V. Propagation sur le câble uniforme

En considérant que les matrices Z_S et Y_S représentent une caractéristique locale du câble (pour des sections présentant un nombre suffisant de torsades), nous pouvons être amenés à supposer que ces matrices sont indépendantes de l’abscisse z . Comme nous l’avons dit plus haut, le câble est alors considéré uniforme. En transposant une méthode de résolution classiquement employée pour résoudre (1) et en supposant (5), nous pouvons clairement résoudre (3), en introduisant deux matrices régulières T_S et S_S vérifiant :

$$\begin{cases} T_S^{-1} Y_S Z_S T_S = \mathbf{D} \\ S_S^{-1} Z_S Y_S S_S = \mathbf{D} \end{cases} \quad (10)$$

où

$$\mathbf{D} = \text{diag}_n(\gamma_1^2, \dots, \gamma_n^2) \quad (11)$$

est la matrice diagonale d’ordre n des valeurs propres, qui sont les carrés des constantes de propagation γ_i pour les ondes se propageant vers l’extrémité éloignée. Comme nous supposons que la transformation de symétrie vérifiée (5), les matrices Z_S et Y_S sont symétriques, et prendre la transposée de la première ligne de (10) produit la seconde ligne, pour le

choix particulier

$$\mathbf{S}_S = {}^t \mathbf{T}_S^{-1} \quad (12)$$

de la matrice S_S . Les matrices T_S et S_S de câbles bien équilibrés ont des propriétés remarquables [6], car les tensions différentielles et les courants différentiels correspondent presque à des modes de propagation.

VI. Diaphonie sur le câble non-uniforme

Un fabricant de câbles multipaires essaie de produire des câbles parfaitement équilibrés, donc uniformes. Toutefois, les paramètres des câbles fabriqués fluctuent. Si les fluctuations n’étaient pas présentes, le câble serait parfaitement équilibré, et la diaphonie pourrait être totalement éliminée.

Tel n’est pas le cas en pratique, et nous allons donc prendre en compte des fluctuations, en supposant dans ce paragraphe qu’elles sont connues. Si nous partons de (3) et que nous supposons que Z_S et Y_S dépendent de z , nous obtenons :

$$\begin{cases} \frac{d^2 \mathbf{V}_S}{dz^2} - \frac{d\mathbf{Z}_S}{dz} \mathbf{Z}_S^{-1} \frac{d\mathbf{V}_S}{dz} - \mathbf{Z}_S \mathbf{Y}_S \mathbf{V}_S = 0 \\ \frac{d^2 \mathbf{I}_S}{dz^2} - \frac{d\mathbf{Y}_S}{dz} \mathbf{Y}_S^{-1} \frac{d\mathbf{I}_S}{dz} - \mathbf{Y}_S \mathbf{Z}_S \mathbf{I}_S = 0 \end{cases} \quad (13)$$

Il est alors possible de scinder la matrice transformée par symétrie Z_S (resp. Y_S) en une partie homogène (i.e. uniforme) Z_{hS} (resp. Y_{hS}) indépendante de z , et une partie de fluctuation δZ_S (resp. δY_S) dépendante de z . En faisant apparaître la dépendance en z , nous obtenons :

$$\begin{cases} \mathbf{Z}_S(z) = \mathbf{Z}_{hS} + \delta \mathbf{Z}_S(z) \\ \mathbf{Y}_S(z) = \mathbf{Y}_{hS} + \delta \mathbf{Y}_S(z) \end{cases} \quad (14)$$

Nous ne supposons pas que δZ_S ni δY_S ont une moyenne nulle, mais seulement que ce sont de petites corrections. Pour chercher \mathbf{V}_S , nous pouvons aussi le scinder en deux parties :

$$\mathbf{V}_S = \mathbf{V}_{hS} + \delta \mathbf{V}_S \quad (15)$$

où \mathbf{V}_{hS} est une solution calculée pour $\delta Z_S = 0$ et $\delta Y_S = 0$. Nous avons calculé dans [6], par la méthode des perturbations [8, § 9.1], [9], une solution approchée au premier ordre de (13), pour une section de câble de longueur L terminée à chaque extrémité par un réseau ayant une matrice impédance égale à la matrice impédance caractéristique [2, eq. (6.68)] du câble déterminée en négligeant les fluctuations, dans le cas où une source à l’extrémité proche excite seulement le mode de propagation j du câble sans fluctuation.

En notant $\delta \mathbf{V}_M = \mathbf{S}_S^{-1} \delta \mathbf{V}_S$, nous avons obtenu, pour la i ème ligne de $\delta \mathbf{V}_M$ à l’extrémité proche :

$$\left[\frac{\delta \mathbf{V}_M(0)}{V_j} \right]_i = \frac{j\omega}{2} \int_0^L F_{ij}^{NE}(z) e^{-(\gamma_i + \gamma_j)z} dz \quad (16)$$

et pour la i ème ligne de $\delta \mathbf{V}_M$ à l’extrémité éloignée :

$$\left[\frac{\delta \mathbf{V}_M(L)}{V_j} \right]_i = -\frac{j\omega e^{-\gamma_i L}}{2} \int_0^L F_{ij}^{FE}(z) e^{(\gamma_i - \gamma_j)z} dz \quad (17)$$

où nous avons noté $[\mathbf{X}]_i$, l'élément de la ligne i d'un vecteur \mathbf{X} , et où

$$F_{ij}^{NE}(z) = \mathbf{S}_S^{-1} \frac{\gamma_j [\delta \mathbf{Z}_S(z) \mathbf{Z}_{hS}^{-1}]_{ij} - \gamma_i [\mathbf{Y}_{hS}^{-1} \delta \mathbf{Y}_S(z)]_{ij}}{j\omega} \mathbf{S}_S \quad (18)$$

et

$$F_{ij}^{FE}(z) = \mathbf{S}_S^{-1} \frac{\gamma_j [\delta \mathbf{Z}_S(z) \mathbf{Z}_{hS}^{-1}]_{ij} + \gamma_i [\mathbf{Y}_{hS}^{-1} \delta \mathbf{Y}_S(z)]_{ij}}{j\omega} \mathbf{S}_S \quad (19)$$

où nous avons noté $[\mathbf{X}]_{ij}$, l'élément de la ligne i et de la colonne j d'une matrice \mathbf{X} . Dans le cas d'un câble sans pertes, les constantes de propagation γ_i et γ_j sont imaginaires et proportionnelles à ω , et par conséquent F_{ij}^{NE} et F_{ij}^{FE} sont réels et indépendants de la fréquence.

VII. Approche statistique

Dans le § VI, nous avons calculé des tensions aux extrémités du câble en partant de fluctuations $\delta \mathbf{Z}_S$ et $\delta \mathbf{Y}_S$ connues. Nous allons à présent considérer qu'en général ces fluctuations ne seront connues que par certaines de leurs propriétés statistiques. Nous pouvons d'abord introduire l'espérance des facteurs de couplage lorsque l'on considère un grand nombre d'expériences utilisant des échantillons différents, de longueur L , du même câble. Nous définissons

$$\text{ainsi } \left\langle \left[\frac{\delta \mathbf{V}_M(0)}{V_j} \right]_i \right\rangle \text{ et } \left\langle \left[\frac{\delta \mathbf{V}_M(L)}{V_j} \right]_i \right\rangle, \text{ respectivement}$$

pour la paradiaphonie et pour la télédiaphonie. En supposant un processus stationnaire pour les fluctuations, ces deux quantités se calculent facilement à partir de (18) et (19). En supposant que les fluctuations sont ergodiques pour l'espérance, ces espérances peuvent être vues comme des moyennes prises sur la longueur d'un câble beaucoup plus grand que la distance nécessaire pour obtenir des fluctuations indépendantes. Nous notons que, si $\delta \mathbf{Z}_S$ et $\delta \mathbf{Y}_S$ ont une moyenne nulle, ces espérances sont nulles.

Nous pouvons aussi introduire l'espérance du carré du module des facteurs de couplage (appelés dans la suite ESMCF pour "expectation of the square of the modulus of the coupling factors"). Nous définissons donc les ESMCF

$$\left\langle \left[\left[\frac{\delta \mathbf{V}_M(0)}{V_j} \right]_i \right]^2 \right\rangle \text{ et } \left\langle \left[\left[\frac{\delta \mathbf{V}_M(L)}{V_j} \right]_i \right]^2 \right\rangle \text{ respectivement pour}$$

la NEXT et pour la FEXT. Ces quantités peuvent être calculées à partir respectivement de l'autocorrélation pour la paradiaphonie définie par

$$C_{ij}^{NE}(\tau) = \left\langle \overline{F_{ij}^{NE}(z)} F_{ij}^{NE}(z + \tau) \right\rangle \quad (20)$$

et de l'autocorrélation pour la télédiaphonie définie par

$$C_{ij}^{FE}(\tau) = \left\langle \overline{F_{ij}^{FE}(z)} F_{ij}^{FE}(z + \tau) \right\rangle \quad (21)$$

Dans le cas où la section de câble est connectée à ses deux extrémités à des terminaisons de matrice impédance égale à la matrice impédance caractéristique du câble non perturbé, on montre que les expressions donnant les ESMCF à partir des autocorrélations ne sont pas trop lourdes [6].

VIII. Détermination des paramètres statistiques

Selon la théorie que nous venons de présenter, les caractéristiques statistiques du câble sont contenues dans les espérances et dans les autocorrélations de F_{ij}^{NE} et F_{ij}^{FE} . D'autre part, en mesurant les couplages paradiaphonique et télédiaphonique sur des échantillons de câble suffisamment longs, convenablement terminés à chaque extrémité, et convenablement excités, il est possible de déterminer ces espérances et autocorrélations.

Un dispositif tel que celui de la fig. 2 peut être modifié pour constituer une terminaison convenable, par exemple en insérant en série avec chaque source de tension des impédances appropriées, dont les valeurs auront été déterminées lors des mesures discutées aux § III et § IV. Par conséquent, les mesures nécessaires à la détermination des paramètres statistiques peuvent être faites avec un dispositif ainsi modifié à chaque extrémité des sections de câble. De telles mesures ont été réalisées avec le dispositif de la fig. 3.

IX. Conclusion

Nous avons présenté les éléments théoriques qui permettent d'appliquer la théorie des LMC à des câbles multipaires. Nous avons mis en évidence que les paramètres du modèle ainsi obtenu, qui comporte des paramètres déterministes et des paramètres statistiques, peuvent être mesurés avec des instruments particuliers.

Il convient enfin de mentionner qu'avec quelques hypothèses simplificatrices, notre modèle permet de calculer pour l'ESMCF de la NEXT et pour l'ESMCF de la FEXT des comportements qui sont ceux classiquement observés sur les câbles longs [6] aux fréquences utilisées par l'ADSL.

References

- [1] R. Croze, L. Simon, *Transmission Téléphonique — Théorie des lignes*, Editions Eyrolles, Paris 1952.
- [2] F.M. Tesche, M.V. Ianoz, T. Karlsson, *EMC Analysis Methods and Computational Models*, John Wiley & Sons, 1997.
- [3] L.A. Pipes, "Matrix Theory of Multiconductor Transmission Lines", *Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. XXIV, seventh series, July-December 1937, pp. 97-113.
- [4] F. Broydé, E. Clavelier, O. Daguillon, A. Zeddami, "Comparaison de l'émission des câblages de télécommunication", *Actes du 9ème Colloque International et Exposition sur la CEM*, Brest, 8- 11 juin 1998, pp. B5-13 to B5-18.
- [5] *SpiceLine 2.23 with Telecom Line Predictor — User's Guide*, Excem document 00012107B, March 2000.
- [6] F. Broydé, E. Clavelier, "A Theoretical Basis for the Assessment of Crosstalk on Balanced Cables", à paraître.
- [7] Demande de brevet français 0213629 sur un "dispositif pour la caractérisation des câbles à paires", 30 octobre 2002 (inventeurs : F. Broydé, E. Clavelier).
- [8] P.M. Morse, H.M. Feshbach, *Methods of Theoretical Physics*, McGraw-Hill, 1953.
- [9] F. Wenger, T. Gustafsson, L.J. Svensson, "Perturbation Theory for Inhomogeneous Transmission Lines", *IEEE Trans. on CAS-I: Fundamental Theory and Applications*, Vol. 49, No. 3, March 2002, pp. 289-297.